



آزمون پایان ترم محاسبات عددی نیمسال دوم ۹۲-۹۳

مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه

✓ استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد.

✓ درک سوالات بخشی از امتحان است. سوال نفرمایید.

(۱) با محاسبات چهار رقم اعشار می خواهیم مقدار تابع $u(x, y) = 6x^2(\ln x - \sin 2y)$ را به ازای $x = 2e$ و $y = 57^\circ$ بدست آوریم. حدکثر خطای نسبی محاسبه تابع u را بیابید.

(۲) وجود و یکتایی ریشه معادله $e^x - 3x^2 = 0$ را به ازای $x > 1$ بررسی نموده و در صورت وجود ریشه یکتا، به روش تکرار نقطه ثابت با دقت سه رقم اعشار، ریشه معادله را بدست آورید.

(۳) الف) فرمول خطای درونیابی تابع مفروض $f(x)$ در $n + 1$ نقطه مجزای: $x_i, i = 0, 1, \dots, n$ را بدون اثبات بیان کنید.

ب) با استفاده از فرمول قسمت الف، تعیین کنید بازه $[0, 1]$ را به چند زیربازه متساوی الفاصله تقسیم کنیم که خطای درونیابی تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{8} x$ کمتر از $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$ باشد. با استفاده از نقاط گره ای حاصل با این معیار دقت چند جمله ای درونیاب تابع ذکر شده را بدست آورید.

(۴) با استفاده از داده های جدولی زیر یک تابع به صورت $g(x) = a \sin x + b \cos x$ به روش کمترین مربعات خطا برازش کنید

x_i	0.05	0.1	0.15	0.20
f_i	0.5294	0.9415	1.1475	1.1093

(۵) مقدار انتگرال $I = \int_0^1 y(x) dx$ را با دقت $\varepsilon = 10^{-2}$ با روش دوزنقهای بدست آورید که در آن $y(x)$ تابعی است که در مساله زیر صدق می کند

$$y' = \frac{1}{4} \cos(x + y + 1), y(0) = 1$$

(برای حل معادله دیفرانسیل از روش رانگ-کوتای مرتبه ۲ استفاده کنید).

به یکی از سوالات زیر پاسخ دهید

الف) جواب دستگاه معادلات خطی زیر را به روش گاوس-سایدل با سه تکرار با فرض $x^{(0)} = (1, -1, 1)$ بدست آورید.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 19 \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 31 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

ب) دستگاه غیر خطی زیر را با فرض $(x^{(0)}, y^{(0)}) = (1.2, 1.7)$ تا ۲ تکرار حل کنید

$$\begin{cases} 2x^3 - y^2 = 1 \\ xy^3 - y = 4 \end{cases}$$

موفق باشید.