



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده ریاضی

سوالات امتحان پایان ترم درسی محاسبات عددی

نام استاد: گروه آموزشی: ریاضی
 تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۲۹ تعداد سوال: ۶
 زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه شماره صفحه: ۱
 استفاده از ماشین حساب: مجاز ● غیر مجاز ●
 نوع امتحان: باز بسته ●
 «به همراه داشتن موبایل (خاموش یا روشن) تخلف محسوب گشته و اکیدا ممنوع میباشد»
 درک سوال بخشی از امتحان است، سوال نفرمایید

نام و نام خانوادگی دانشجو

شماره دانشجویی

کلیه محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد

(۱) الف) اگر b کوچکترین ریشه مثبت معادله $3x + \sin x = e^x$ باشد، مطلوبیست بازه شامل این ریشه و سپس تقریبی از این ریشه را به کمک روش نیوتن با دقت 10^{-3} بیابید.

ب) با استفاده از قسمت قبل حداکثر خطای مطلق و نسبی محاسبه تابع $f(x, y) = 2x^3(e^x + \cos y)$ را به ازای $x = b$ و

$$y = \frac{\pi}{6}$$

به دست آورید.

(۲) چند جمله ای درونیاب تابع $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{8}x\right)$ را به ازای نقاط $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ بیابید و سپس کران بالای خطای

درونیابی این تابع را در این نقاط بیابید. آیا چند جمله ای درونیاب حاصل تقریبی مناسب برای تابع فوق است و چرا؟

(۳) بهترین تقریب کمترین مربعات به شکل $y = \frac{1}{Ax+B}$ را برای تابع جدولی زیر برآزش کنید.

x_i	-1	0	1	2
y_i	1	0.5	0.25	0.25

(۴) حداقل نوزده های لازم برای آنکه تقریبی از انتگرال $I = \int_0^{\pi} x \sin(2x) dx$ دارای خطای کمتر از 10^{-2} باشد.

(۵) تقریبی از طول قوس منحنی $y(x)$ را از $x = 0$ تا $x = 1$ برابر است با $L = \int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ به کمک روش سیمپسون با

انتخاب $h = 0.5$ بیابید، در صورتی که $y(x)$ در معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر صدق کند. (در صورت نیاز به حل معادله

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \cos(x+y) - 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

دیفرانسیل از روش رونگه - کوتا مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

(۶) تنها یکی از دستگاههای زیر را به دلخواه حل کنید:

الف) جواب دستگاه خطی $\begin{cases} x - 9y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 6z = 31 \\ 8x + 2y + 3z = 30 \end{cases}$ را به روش گاوس - سایدل و تاسه تکرار با فرض $X^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ حل کنید.

ب) دستگاه غیر خطی $\begin{cases} y \cos(xy) + 1 = 0 \\ \sin(xy) + x' = y \end{cases}$ را با فرض $(x_0, y_0) = (1, 2)$ تا دو تکرار حل کنید.

موفق باشید

راهنمایی (طول قوس منحنی $y = f(x)$ از $x = a$ تا $x = b$ برابر است با $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$)