



جلسه دفاع از دوره رسادکتری

Mathematical structures with finite support

M. Haddadi, A. Hosseinabadi*, and Kh. Keshvaridoost

Semnan University.

22 June 2026

جلسه دفاع از دوره رسادکتری خانم دکتر «علیه

حسین آبادی» با راهنمایی خانم دکتر مهدیه حدادی، عضو هیئت علمی دانشکده، در تاریخ ۱۴۰۵/۴/۱ برگزار شد.

پروژه ایشان با عنوان «ساختارهای ریاضی با محمل متناهی» به مطالعه مجموعه‌های اسمی و Cb -

مجموعه‌های با محمل متناهی می‌پردازد؛ این مجموعه‌ها

که نخستین بار توسط گابی و پیتس در اوایل دهه ۲۰۰۰ معرفی شدند، چارچوبی ریاضی برای استدلال درباره "نام‌ها و

مفیدسازی آنها" در زبان‌های برنامه‌نویسی و نحو صوری فراهم می‌آورند و مطالعه ریاضی این ساختارها به پیشبرد درک

Support-Preordered finitely supported Cb -sets

As stated in [5], using the notion of support, each nominal set nominal set becomes a preordered set. In the same way, every finitely supported Cb -set X can be thought of as a preordered set by the support preorder (i.e. the reflexive and transitive binary relation on X) \preceq_s defined by

$$x \preceq_s y \Leftrightarrow \text{supp } x \subseteq \text{supp } y,$$

We say that (X, \preceq_s) is a *support-preordered finitely supported Cb -set* or briefly *sp-fs- Cb -set* to emphasize this structure. Now, we define the equivalence relation \sim over X by

$$x \sim y \Leftrightarrow \text{supp } x = \text{supp } y, \text{ for every } x, y \in X.$$

he equivalence relation \sim is not necessarily a congruence on X . For

example, consider the finitely supported Cb -set

$$X = \bigcup_{i=1}^2 (\mathbb{D}^{(2)} \times \{i\}) \cup \{\theta\} = \{((d, d'), i) \mid d, d' \in \mathbb{D}, 1 \leq i \leq 2, d \neq d'\} \text{ and } \theta \text{ by empty support with the action:}$$

ویژگی‌های جبری و رسته‌ای مجموعه‌های اسمی کمک

می‌کند و بنیادی برای تحقیقات بیشتر در شاخه‌های مرتبط

علوم کامپیوتر و محاسبات فراهم می‌آورد.

The support closure Operator and Its Induced Topology on Nominal Sets

The section systematically develops foundational results about this topology, including compactness, separation axioms and its relation to the support metric topology.

Definition

Let X be a nominal set. For any $x \in X$ and $A, B \subseteq X$, we define:

(i) The distance from x to A :

$$d(x, A) := \min \{d(x, t) \mid t \in A\}.$$

(ii) The distance from A to B :

$$d(A, B) := \min \{d(x, x') \mid x \in A, x' \in B\}.$$

در این پژوهش، ابتدا با در نظر گرفتن مفهوم محمل متناهی به عنوان پیش ترتیب (support preorder) در مجموعه‌های با محمل متناهی و مجموعه‌های اسمی، این ساختار به طور دقیق مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. سپس، یک توپولوژی جدید روی مجموعه‌های اسمی بر اساس عملگر بستار ناشی از محمل متناهی (support closure operator) تعریف شده و به بررسی پیوستگی، چگال بودن و اصول جداسازی

آن پرداخته شده و نشان داده شده که این توپولوژی با متریک ناشی از تفاوت متقارن محمل‌ها همراه است. به دلیل اهمیت اشیای تجزیه‌ناپذیر زیرمستقیم در ساختارهای جبری، به مشخص سازی مجموعه‌های اسمی تجزیه‌ناپذیر زیرمستقیم پرداخته شده و نشان داده شده که تنها نمونه‌های اساسی مجموعه‌های اسمی تجزیه‌ناپذیر زیرمستقیم معادل با مجموعه‌های D_n هستند. همچنین معیارهای دقیقی برای توزیع‌پذیری و مدولار بودن شبکه‌های همبستگی‌ها ارائه شده و ثابت شده که این ویژگی‌ها

Structural Properties of Nominal Sets via Congruence Relations

In this section, we delve into the concept of congruence relations within nominal sets, building upon the foundational definitions established in Section 2. We define some congruence relations on cyclic nominal sets and discuss their key properties, including their interaction with the support structure. We then introduce the support congruence, denoted by Θ_{supp} , and establish its role in characterizing the structure of cyclic nominal sets. Through illustrative examples and key lemma and theorems, we lay the groundwork for our subsequent exploration of subdirectly irreducible nominal sets in Section 4.

Definition

Given a nominal set X , we define an equivalence relation Θ_{supp} on X by

$$\Theta_{\text{supp}} := \{(x, y) \in X \times X \mid \text{supp } x = \text{supp } y\}.$$

در حالت کلی برقرار نیستند، مگر در موارد خاصی از جمع‌های مستقیم D_n . حاصل این پروژه سه مقاله علمی پژوهشی است که دو تا از آنها در مجلات معتبر بین‌المللی "Theoretical Computer Science" و "Sahand Communications in Mathematical Analysis" به چاپ رسیده‌اند و دیگری در دست داوری است.

دانشکده ضمن تبریک به خانم دکتر حسین‌آبادی و خانم دکتر حدادی، برای ایشان آرزوی توفیقات روزافزون در مسیر تعالی علمی دارد.